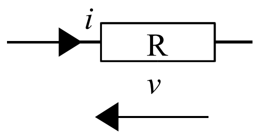
1°) Dipôles passifs linéaires: rappels

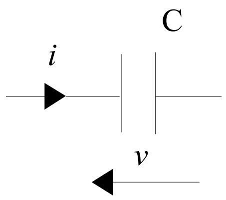
1.1) Résistance pure

loi d'Ohm $v(t)=R*i(t)$



avec R en Ω.

1.2) Condensateur parfait



$$i(t)=C\times\frac{dv(t)}{dt}$$

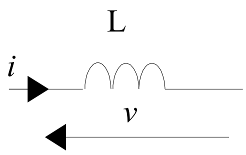
C en Farad (F)

En continu, un condensateur se comporte comme un circuit ouvert.

Car si $v(t) = V = C^{ste}$, alors $i(t)=C\times\frac{dv(t)}{dt}=C\times\frac{dV}{dt}=0$.

Si la tension aux bornes du condensateur subit une discontinuité, alors le courant tend à être infini, il y a surintensité. En régime variable la tension aux bornes d'un condensateur ne peut-être discontinue.

1.3) Inductance pure



$$v(t)=L\times\frac{di(t)}{dt}$$

L en Henry (H)

En continu, une inductance se comporte comme un court-circuit.

Car si $i(t)= I = C^{ste}$, alors $v(t)=L\times\frac{di(t)}{dt}=L\times\frac{dI}{dt}=0$.

Si le courant dans une inductance subit une discontinuité, alors la tension tend à être infini, il y a surtension. En régime variable le courant dans une inductance ne peut-être discontinu.

2°) Grandeur sinusoïdale en régime permanent

2.1) Représentations vectorielle et complexe associées

2.1.1) Représentation vectorielle

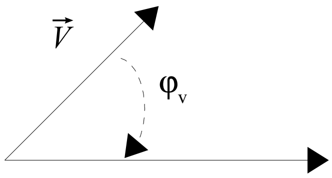
A toute grandeur sinusoïdale de pulsation ω, on peut associer un vecteur tournant à la vitesse angulaire Ω = ω.

Par convention, on le représente à l'instant t = 0 s.

$$v(t) = V_{eff}\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_v) \rightarrow \vec{V}(V_{eff}, \varphi_v)$$

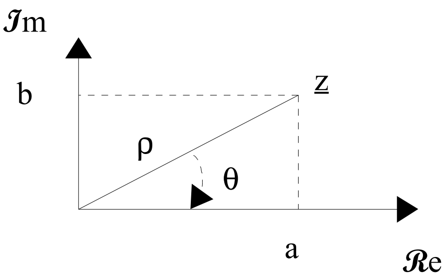
V_{eff} : longueur du vecteur, φ_v : angle polaire formé avec l'axe de référence des phases.

Plan de Fresnel



2.1.2) Représentation par un nombre complexe

Plan complexe



On peut définir le complexe z, par ses coordonnées cartésiennes (a : partie réelle et b : partie imaginaire) ou par ses coordonnées polaires (ρ: le module et θ :l'argument).

Dans le plan complexe:

$$\underline{z} = a + jb$$
$$\underline{z} = \rho\cos\theta + j\rho\sin\theta$$

On passe d'une forme à l'autre ainsi:

$$\begin{cases} a = \rho\cos\theta \\ b = \rho\sin\theta \end{cases} \qquad \begin{cases} \rho = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{b}{a}\right) \end{cases}$$

Rappels de mathématique: soient $\underline{A}=[\rho,\theta]=a+jb \; et \; \underline{A}'=[\rho',\theta']=a'+jb'$

Addition ou **soustraction** de deux nombres complexes, on utilise la notation cartésienne,

$$\underline{A}+\underline{A}'=(a+jb)+(a'+jb')=(a+a')+j(b+b')$$

Produit ou **quotient** de deux nombres complexes, on utilise la notation polaire.

$$\underline{A}*\underline{A}'=[\rho,\theta]*[\rho',\theta']=[\rho*\rho',\theta+\theta']$$
$$\frac{\underline{A}}{\underline{A}}'=\frac{[\rho,\theta]}{[\rho',\theta']}=[\frac{\rho}{\rho'},\theta-\theta']$$

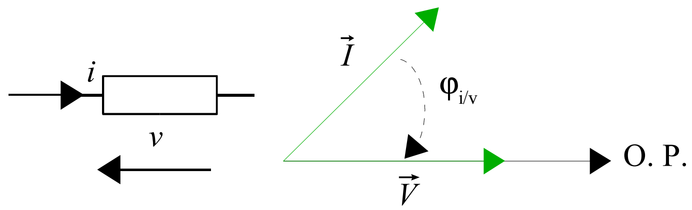
Nombre complexe associé à une grandeur sinusoïdale:

$$v(t) = V_{eff}\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_v) \rightarrow \underline{V} = [\mathrm{V_{eff}}, \varphi_v] = V_{eff}(\cos\varphi_v + j\sin\varphi_v)$$

2.2) Relations courant tension en notation complexe

Toutes les lois générales de l'électricité s'appliquant aux grandeurs instantanées, s'appliquent aux grandeurs complexes associées, à partir du moment où on est en régime permanent.

convention récepteur



$$v(t)=V_{eff}\sqrt{2}\sin(\omega t)\equiv\vec{V}(V_{eff},0)\equiv\underline{V}=[V_{eff},0]=V_{eff}$$

$$i(t)=I_{eff}\sqrt{2}\sin(\omega t-\varphi_{i/v})\equiv\vec{I}(I_{eff},-\varphi_{i/v})\equiv\underline{I}=[I_{eff},-\varphi_{i/v}]=I_{eff}(\cos(\varphi_{i/v})+j\sin(\varphi_{i/v}))$$

2.2.1) Impédance complexe

Loi d'Ohm généralisée en sinusoidale : $\underline{V}=\underline{Z}\times\underline{I}$

Avec $\underline{Z}$ impédance complexe, $\underline{Z}$ = 1/ $\underline{Y}$, $\underline{Y}$ admittance complexe.

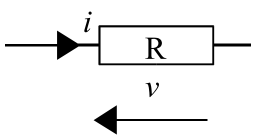
$$\underline{Z}=\frac{\underline{V}}{\underline{I}}=\frac{[V_{eff},0]}{[I_{eff},-\varphi_{i/v}]}=[\frac{V_{eff}}{I_{eff}},0-(-\varphi_{i/v})]=[\frac{V_{eff}}{I_{eff}},+\varphi_{i/v}]$$

$$\underline{Z}=[Z,\varphi_{i/v}]=Z\cos(\varphi_{i/v})+jZ\sin(\varphi_{i/v})=R+jX$$

$\underline{Z}$ peut s'écrire $\underline{Z}$ = R + j X avec **R** résistance et **X** réactance.

$\underline{Y}$ peut s'écrire $\underline{Y}$ = G + j B avec **G** conductance et **B** susceptance.

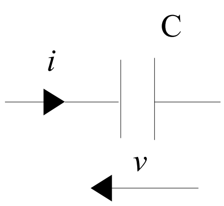
- Résistance pure



$$\underline{Z_R}=[R,0]=R$$

$$\underline{V}=R\times\underline{I}$$

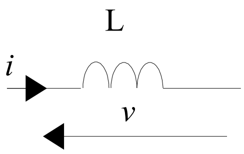
- Condensateur parfait



$$\underline{Z_C}=[\frac{1}{C\omega},-\frac{\pi}{2}]=\frac{-j}{C\omega}=\frac{1}{jC\omega}$$

$$\underline{V}=\frac{1}{jC\omega}\underline{I}=-\frac{j}{C\omega}\underline{I}$$

- Inductance parfaite



$$\underline{Z}_L = [L\omega, \frac{\pi}{2}] = jL\omega$$

$$\underline{V} = jL\omega\underline{I}$$

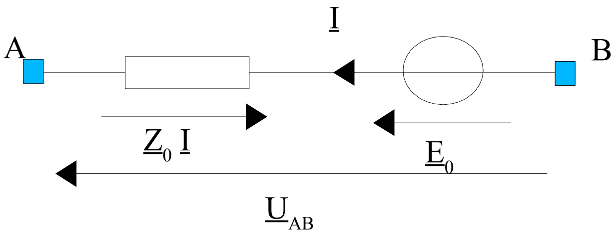
2.2.2) Association d'impédance

En série, les impédances complexes s'additionnent; en parallèle les admittances complexes s'additionnent.

2.3)Dipôles actifs linéaires

2.3.1)Modèle Equivalent de Thévenin (M.E.T.)

Tout dipôle actif linéaire admet un M.E.T. représenté par l'association série suivante:



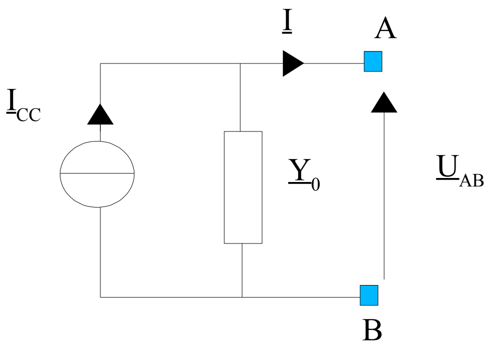
$$\underline{U}_{AB} = \underline{E}_0 - \underline{Z}_0 \cdot \underline{I}$$

Paramètres du modèle:

$\underline{E}_0 = (\underline{U}_{AB})_{\underline{I}=0}$ Tension complexe à vide du dipôle,
$\underline{Z}_0$: impédance complexe interne

2.3.2)Modèle Equivalent de Norton (M.E.N.)

Tout dipôle actif linéaire admet un M.E.N. représenté par l'association parallèle suivante:



$$\underline{I} = \underline{I}_{CC} - \underline{Y}_0 \, \underline{U}_{AB}$$

Paramètres du modèle:

$\underline{I}_{CC}$: Courant de court circuit du dipôle,
$\underline{Y}_0$: admittance complexe interne