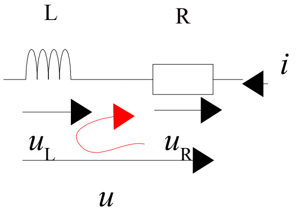
B.2 Régimes sinusoïdaux : Association de dipôles - résonance

1°) Association de dipôles en série

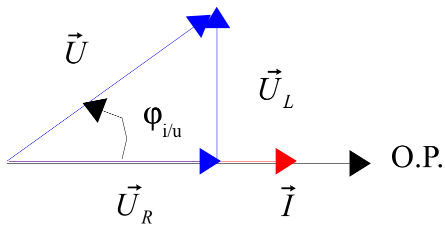
1.1) Structure R et L série



Cherchons à exprimer Z_{eq} et $\varphi_{i/u}$ en fonction de R et L.

Appliquons la loi de la maille
$u - u_L - u_R = 0$
$u = u_L + u_R$ correspond dans le plan de Fresnel à $\vec{U} = \vec{U}_L + \vec{U}_R$

La grandeur courant est la grandeur commune aux deux dipôles R et L, elle est prise comme référence de phase.
Nous obtenons ainsi le diagramme de Fresnel suivant:



Dans le triangle rectangle, on peut appliquer le théorème de Pythagore concernant les longueurs des côtés du triangle.

$$U_{eff}^2 = U_{Leff}^2 + U_{Reff}^2 \Leftrightarrow (Z_{eq} \cdot I_{eff})^2 = (L\omega \cdot I_{eff})^2 + (R \cdot I_{eff})^2$$

d'où

$$Z_{eq} = \sqrt{(L.\omega)^2 + R^2}$$

On peut aussi exprimer l'angle polaire $\varphi_{i/u}$

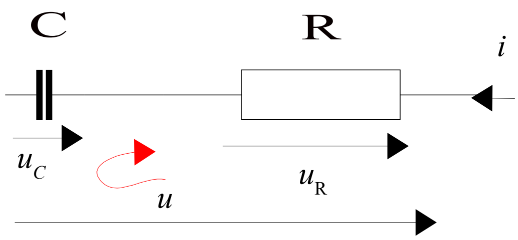
$$\tan \varphi_{i/u} = \sin\varphi_{i/u} / \cos \varphi_{i/u} = \frac{\frac{U_{Leff}}{U_{eff}}}{\frac{U_{Reff}}{U_{eff}}} = \frac{U_{Leff}}{U_{Reff}} = \frac{L\omega \cdot I_{eff}}{R \cdot I_{eff}} = \frac{L\omega}{R}$$

d'où

$$\varphi_{i/u} = \tan^{-1}\left(\frac{L\omega}{R}\right)$$

B.2 Régimes sinusoïdaux : Association de dipôles - résonance

1.2) Structure R et C série



Cherchons à exprimer Z_{eq} et $\varphi_{i/u}$ en fonction de R et C.

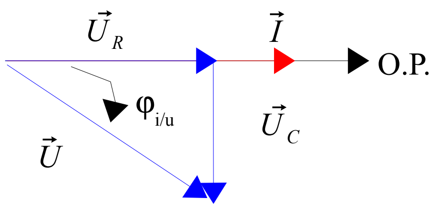
Appliquons la loi de la maille

$u - u_C - u_R = 0$

$u = u_C + u_R$ correspond dans le plan de Fresnel à $\vec{U} = \vec{U}_C + \vec{U}_R$

La grandeur courant est la grandeur commune aux deux dipôles R et C, elle est prise comme référence de phase.

Nous obtenons ainsi le diagramme de Fresnel suivant:



Dans le triangle rectangle, on peut appliquer le théorème de Pythagore concernant les longueurs des côtés du triangle.

$$U_{eff}^2 = (-U_{Ceff})^2 + U_{Reff}^2 \Leftrightarrow (Z_{eq} \cdot I_{eff})^2 = (\frac{1}{C\omega} \cdot I_{eff})^2 + (R \cdot I_{eff})^2$$

d'où

$$Z_{eq} = \sqrt{(\frac{1}{C\omega})^2 + R^2}$$

On peut aussi exprimer l'angle polaire $\varphi_{i/u}$

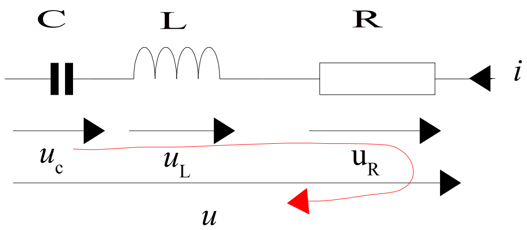
$$\tan \varphi_{i/u} = \sin\varphi_{i/u} / \cos \varphi_{i/u} = \frac{\frac{(-U_{Ceff})}{U_{eff}}}{\frac{U_{Reff}}{U_{eff}}} = -(\frac{U_{Ceff}}{U_{Reff}}) = \frac{-\frac{1}{C\omega} \cdot I_{eff}}{R \cdot I_{eff}} = \frac{-1}{RC\omega}$$

d'où

$$\varphi_{i/u} = \tan^{-1}(\frac{-1}{RC\omega})$$

B.2 Régimes sinusoïdaux : Association de dipôles - résonance

1.3) Structure R, L et C série



Cherchons à exprimer Z_{eq} et $\varphi_{i/u}$ en fonction de R, L et C.

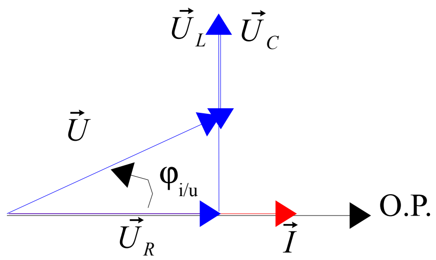
Appliquons la loi de la maille

$u - u_C - u_L - u_R = 0$

$u = u_L + u_R + u_C$ correspond dans le plan de Fresnel à $\vec{U} = \vec{U}_L + \vec{U}_R + \vec{U}_C$

La grandeur courant est la grandeur commune aux dipôles R , C et L, elle est prise comme référence de phase.

Nous obtenons ainsi le diagramme de Fresnel suivant: ici on prendra par exemple $U_{Leff} > U_{Ceff}$



Dans le triangle rectangle, on peut appliquer le théorème de Pythagore concernant les longueurs des côtés du triangle.

$$U_{eff}^2 = (U_{Leff} - U_{Ceff})^2 + U_{Reff}^2 \Leftrightarrow (Z_{eq} \cdot I_{eff})^2 = \left(L\omega \cdot I_{eff} - \left(\frac{1}{C\omega} \cdot I_{eff}\right)\right)^2 + (R \cdot I_{eff})^2$$

d'où

$$Z_{eq} = \sqrt{\left(L.\omega - \left(\frac{1}{C\omega}\right)\right)^2 + R^2}$$

On peut aussi exprimer l'angle polaire $\varphi_{i/u}$

$\tan \varphi_{i/u} = \sin\varphi_{i/u} / \cos \varphi_{i/u}$

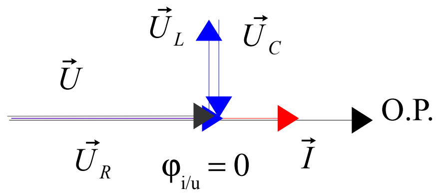
$$\tan \varphi_{i/u} = \frac{\frac{(U_{Leff} - U_{Ceff})}{U_{eff}}}{\frac{U_{Reff}}{U_{eff}}} = \frac{(U_{Leff} - U_{Ceff})}{U_{Reff}} = \frac{\left(L\omega - \left(\frac{1}{C\omega}\right)\right) \cdot I_{eff}}{R \cdot I_{eff}} = \frac{\left(L\omega - \left(\frac{1}{C\omega}\right)\right)}{R}$$

d'où $$\varphi_{i/u} = \tan^{-1}\left(\frac{\left(L\omega - \left(\frac{1}{C\omega}\right)\right)}{R}\right)$$

B.2 Régimes sinusoïdaux : Association de dipôles - résonance

2°) Résonance

A la résonance, le circuit R, L et C série se comporte comme un circuit globalement résistif. Dans ces conditions, $\varphi_{i/u} = 0$ rad. Le diagramme de Fresnel devient:



$$\varphi_{i/u} = \tan^{-1}\left(\frac{(L\omega-(\frac{1}{C\omega}))}{R}\right)=0$$

d'où

$$L\omega-(\frac{1}{C\omega})=0 \quad \text{ou} \quad L\cdot C\cdot\omega_o^2=1\ ou\ f_o=\frac{1}{(2\cdot\pi\cdot\sqrt{L\cdot C})}$$

N.B:
à la résonance, $Z_{eq} = R$, $U_{reff} = U_{eff}$ donc $I_{oeff} = U_{eff} / R$ et $U_{ceff} = U_{Leff}$